

## Лекция 2

### Электрмагниттік толқын пайда болуының физикалық негіздері

1 Электрмагниттік өріс Максвелл теңдеулер жүйесімен сипатталады, олар тәжірибе нәтижелерін жалпылайды:

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (1) \text{ – Электромагниттік индукция туралы Фарадей заңы}$$

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad (2) \text{ – Ток күшінің магнит индукциясымен байланысы туралы Ампер, Био-Савар Лаплас заңдары}$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (3) \text{ – Зарядтың сақталу заңы}$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (4) \text{ – Магниттік зарядтың болмауы}$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad (5) \text{ – Зат ішіндегі электрлік өріс индукциясы}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (6) \text{ – Зат ішіндегі магниттік өріс индукциясы}$$

$\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$  – сәйкесінше электр өрісінің кернеулік, магнит өрісінің индукция, электрлік индукция, магниттік кернеулік векторлары;  $\vec{j}$  – ток тығыздығы,  $\rho$  – заряд тығыздығы,  $\epsilon$  – диэлектрик өтімділік,  $\mu$  – магниттік өтімділік.

Дифференциалдық «ротор» амалы:

$$\text{rot}\vec{E} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{pmatrix} = \vec{i} \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right),$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – бірлік векторлар. (7)

Дифференциалдық «дивергенция» амалы:

$$\text{div}\vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \overrightarrow{(\nabla D)} \text{ – скаляр көбейтінді} \quad (8)$$

2 Өріс тек x бойынша өзгертін:  $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$ ,  $\frac{\partial}{\partial x} \neq 0$  және  $E_y$  проекциясы ғана болсын:

$$E = (0, E_y, 0), E_y \neq 0$$

(1) теңдеуден rot аламыз:

$$\text{rotrot}\vec{E} = \frac{\partial \text{rot}\vec{B}}{\partial t}, E_y \text{ проекциясы үшін}$$

$$\text{rot} \vec{E} = \frac{\partial E}{\partial x}, \quad \text{rot rot} \vec{E} = -\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

(1) және (2) теңдеулерден:

$$-\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial j}{\partial t} - \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} \quad (9)$$

Ток көзінен алыстағы толқынды іздейміз, яғни  $j=0$

(5) теңдеуді ескерсек:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (10)$$

(10) теңдеудің шешімін жазық толқын түрінде іздейміз:

$$E = E_0 \exp(i(\omega t - kx)), \quad (11)$$

Мұнда  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\omega$  - жиілік,  $k$  - толқындық сан,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  - толқын ұзындығы

(11) формуланы (10)-ға қойып:

$$-k^2 E + \varepsilon \omega^2 E = 0, \quad \frac{\omega^2}{k^2} = \frac{1}{\varepsilon} = v^2, \quad v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (12)$$

Вакуумдық кеңістікте  $v = c$  жарық жылдамдығы,  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}}$ ,  $\varepsilon_0$  - вакуумның диэлектрик өтімділігі.

3

Электронның энергиясының тербеліс жиілігіне байланысын іздейміз. Ньютонның екінші заңы бойынша:

$$m\ddot{x} = -eE, \quad (11) \text{ формуланы пайдалансақ}$$

$$x = \frac{eE}{m\omega^2}, \quad (13)$$

Толқын шығаруға қажет антенна қуаты (бірлік уақыттағы энергия)  $P = IU \sim \omega^4$  болу керек, өйткені (13) формула бойынша электронның тербеліс қуаты  $x^2 \sim \omega^{-4}$ . Демек, сигнал алысқа жоғары жиілікпен беріле алады.